



1. 假设一个封闭的小国中只有 A 和 B 两个部落, 在一个部落内人与人之间毫无差异, 部落内的生产与消费都由其首领统一决定。两个部落消费的商品都只有食品(F)和衣物(C)两种。两个部落的效用函数分别为:

$$U_A(F_a, C_a) = F_a \cdot C_a$$

$$U_B(F_b, C_b) = F_b^2 \cdot C_b$$

假设今年 A 部落的收成为 20 单位食品和 10 单位衣物, 而 B 部落为 10 单位食品和 20 单位衣物。两个首领聚在一起讨论是否需要交换。

- (1) 运用 $P = \frac{P_f}{P_c}$, 表示两个部落对于两种商品的各自需求。(8%)
- (2) 两个部落之间会发生交换吗? 运用食品的市场出清条件, 找出均衡价格 P^* 。(4%)
- (3) 在价格水平 P^* 下, 不用通过计算, 你能直接回答衣物市场存在过度供给或者过度需求吗? 为什么?(2%)
- (4) 在价格水平 P^* 下, 得到的是一个 Pareto 最适的分配吗? 为什么?(2%)
- (5) 如果世界价格水平为 $P=1$, 哪个部落相对更加愿意对外开放?(2%)

【2011 年北京大学 CCER】

【解答】

1. (1) $\text{Max } U_A = F_a \cdot C_a$

$$\text{s.t } M_A = P_f \cdot w_f^a + P_c \cdot w_c^a = P_f \cdot 20 + P_c \cdot 10 = P_f \cdot F_a + P_c \cdot C_a$$

$$L = F_a \cdot C_a + \lambda [M_A - P_f \cdot F_a - P_c \cdot C_a]$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_a} = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_a} = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \dots\dots ③$$

由 ① ② 两式解出关系式，代入 ③ 式可得

$$F_a = \frac{1}{2} \left(\frac{P_f \cdot 20 + P_c \cdot 10}{P_f} \right) = \frac{1}{2} \left(20 + \frac{10P_c}{P_f} \right) = 10 + \frac{5}{P}$$

$$C_a = \frac{1}{2} \left(\frac{P_f \cdot 20 + P_c \cdot 10}{P_c} \right) = \frac{1}{2} \left(20 + \frac{P_f}{P_c} + 10 \right) = 10P + 5$$

$$\text{Max } U_B = F_b^2 \cdot C_b$$

$$\text{s.t. } M_B = P_f \cdot w_f^b + P_c \cdot w_c^b = P_f \cdot 10 + P_c \cdot 20 = P_f \cdot F_b + P_c \cdot C_b$$

$$L = F_b^2 \cdot C_b + \lambda [M_B - P_f \cdot F_b - P_c \cdot C_b]$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_b} = 0 \dots\dots ④$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_b} = 0 \dots\dots ⑤$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \dots\dots ⑥$$

由 ④ ⑤ 两式解出关系式，代入 ⑥ 式可得

$$F_b = \frac{2}{3} \left(\frac{P_f \cdot 10 + P_c \cdot 20}{P_f} \right) = \frac{20}{3} + \left(\frac{40}{3P} \right)$$

$$C_b = \frac{1}{3} \left(\frac{P_f \cdot 10 + P_c \cdot 20}{P_c} \right) = \frac{10}{3}P + \frac{20}{3}$$

$$(2) \text{ 目前 } MRS_A = \frac{MU_F^a}{MU_C^a} = \frac{C_a}{F_a} = \frac{10}{20} = \left(-\frac{\Delta C_a}{\Delta F_a} \right)$$

$$MRS_B = \frac{MU_F^b}{MU_C^b} = \frac{2F_b \cdot C_b}{F_b^2} = \frac{2C_b}{F_b} = \frac{2 \cdot 20}{10} = 4 = \left(-\frac{\Delta C_b}{\Delta F_b} \right)$$

故 $MRS_A < MRS_B$ ，两部落会交换

A 会卖出 F，换回 C

B 会卖出 C，换回 F

$$F_a + F_b = \bar{F} = w_F^a + w_F^b = 20 + 10 = 30$$

$$10 + \frac{5}{P} + \frac{20}{3} + \frac{40}{3P} = 30, \quad P^* = \frac{11}{8}$$

(3) 在 P^* 下，不用通过计算即可回衣物市场亦为均衡



因为根据 Walras 法则 $\sum_{i=1}^n P_i(D_i - S_i) = 0$ ，当 $n = 2$ 时，已知食品

市场均

衡，另一个市场—衣物市场必然均衡。

(4) 在在 P^* 下，所得到的必为 Pareto 最适，因为根据福利经济学第一定理，

达成 Walras 均衡必达成 Pareto 最适。

(5) 当 $P = 1$ 时，B 部落更愿意对外开放，因为 $P = \frac{P_f}{P_c} = 1 < P^* = \frac{11}{8}$ ，

表示 B

部落卖出 C，可换回更多的 F。

二、某市场有两个厂商，市场需求为 $P = 4 - \frac{Q}{4}$ ，两个厂商的成本为 $C_1 = q_1$ ，

$C_2 = q_2$ ，求：

- (1) 若两厂商组成一个卡特尔时的分别产量；
- (2) 卡特尔条件下不是一个纳什均衡；
- (3) 求两厂商的古诺均衡的时产量和利润。

【2013 年中国人民大学 802 经济学】

【解答】

六、解：1.

$$\pi_{\text{总}} = P \cdot Q - TC$$

$$= P \cdot (q_1 + q_2) - q_1 - q_2$$

$$= \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right)(q_1 + q_2) - (q_1 + q_2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \pi_{\text{总}}}{\partial q_1} &= -\frac{1}{4}(q_1 + q_2) + \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right) - 1 = 0 \\ \frac{\partial \pi_{\text{总}}}{\partial q_2} &= -\frac{1}{4}(q_1 + q_2) + \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right) - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_1 + q_2 = 6$$

$$\because c_1 = q_1, c_2 = q_2$$

$$\therefore MC_1 = MC_2 = 1$$

$$\therefore q_1 = q_2 = 3$$

2.

$$\max \pi_1 = P \cdot q_1 - c_1 = \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right) \cdot q_1 - q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right) + q_1 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 1 = 0 \Rightarrow 3 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{4} = 0$$

当 $q_2 = 3$ 时, $q_1 = \frac{9}{2}$ 符合厂商 1 的利润最大化目标, 同理可得, 使厂商 2

李瑞最大化的产量是 $q_2 = \frac{9}{2}$ 。因此在卡特尔条件下, 各厂商均有违背约定产量, 生产更多去追求利润最大化的动机, 故卡特尔均衡不是纳什均衡。

3.

$$\pi_1 = P \cdot q_1 - c_1 = \left(4 - \frac{q_1 + q_2}{4}\right) \cdot q_1 - q_1$$

$$\text{令 } \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow q_1^* = q_2^* = 4$$

$$\pi_1 = \pi_2 = \left(4 - \frac{8}{4}\right) \times 4 - 4 = 4$$